שיעור 7 – סיכום

# תרגיל

תאה כך שלכל i,j . הוכח כי מחלק את

## פתרון

פעולות שורה:

⇦ מתחלק ב

# תרגיל

תהא המקיימת . מצא את הערכים העצמיים האפשריים עבור במקרים הבאים:

1. (k ראשוני)

## פתרון

משפט העתקת הספקטרום:

1. אם k זוגי אזי , אם k אי זוגי אזי
3. משפט פרמה הקטן:

# הגדרה

הערה: במקומות מסויימים(כמו וויקיפדיה) לוקחים את הtranspose של זה

## דוגמה

# תרגיל(מופע הקסמים של companion וVandermonde)

1. חשב את

## פתרון

1. *, מצאו A שמאפס את*

## פתרון

# תרגיל

ד. מצא מטריצה ממשית הדומה ל

## פתרון

A וB לכסינות משום שהן מטריצות עם 3 ערכים עצמיים שונים, בפרט יש להן את אותם הע"ע ולכן שתיהם דומות למטריצה ומכיוון שדמיון הוא יחס שקילות

ה. מהם הוקטורים העצמיים של כאשר הם הערכים העצמיים

## פתרון

*ו. יהיו השורשים של . הוכח כי אם שונים אזי הפיכה*

## פתרון

ומכיוון שלכל , , המכפלה היא מכפלת מספרים שונים מאפס, ולכן ⇦ P הפיכה.

ז. הוכיחו כי אלכסונית

## פתרון

מסעיף ה' נובע כי השורות של P הן וקטורים עצמיים של A והם מהווים בסיס משום שP הפיכה, ולכן לפי משפט הלכסון, אלכסונית.

# תזכורת

-   
 הוא מספר הדרכים האפשריות להגיע מi לj בצעד אחד. מראה את מספר הדרכים להגיע ב2 צעדים:

# תרגיל

1. יהא גרף מכוון בעל n קודקודים כך שבין כל שני קודקודים יש בדיוק מסלול אחד מאורך 2. הוכח כי n הוא ריבוע שלם.
2. הוכח כי הגרף הוא -רגולרי.

## פתרון

אם A זו המטריצה של הגרף ⇦ .  
כל ווקטור עצמי v של A הוא גם ווקטור עצמי של   
נביט במרחבים העצמיים של :

⇦ העתקת הספקטרום: הוא שורש עצמי של A, והווקטור העצמי המתאים חייב להיות v, (עד כדי כפל בסקלר)  
אם w הוא הווקטור העצמי שמתאים ל אזי ⇦ ⇦ ⇦   
הגענו למסקנה כי וזה אומר ש ⇦

עכשיו בגלל (\*) הסכום של אברי כל שורה בA הוא . זה אומר שמכל קודקוד יוצאות קשתות

v הוא גם וקטור עצמי של . .